

КОММЕНТАРИИ

к открытому банку заданий
для формирования функциональной грамотности

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

8 класс

ЧАСТЬ 1

Комплексное задание «Пособие на ребенка» (2 задания).

Успешность выполнения этих двух заданий существенно зависит не только от предметных знаний учащихся, но и от владения стратегиями смыслового чтения, то есть метапредметных умений. К ним также следует отнести и такие виды деятельности, как:

- удержание в процессе решения задачи всех условий, необходимых для ее решения, контроль соблюдения ограничений при нахождении решения и интерпретация полученного результата;
- работа с информацией, представленной в различной форме (текст, таблица).

Кроме того, успешность зависит и от сформированности познавательных универсальных учебных действий логического и алгоритмического характера и общих приемов решения задач.

Оба задания ситуации относятся к области содержания «Количество», этот материал чаще всего изучается в 5-х – 6-х классах: выполнять вычисления с натуральными числами, сравнивать натуральные числа (задание 2), интерпретировать полученную в результате вычислений десятичную дробь, сравнивать ее с натуральным числом (задание 1). Из прочих умений используются: читать и интерпретировать данные таблицы; составлять высказывания, излагать решение в письменной форме.

Когнитивная деятельность характеризуется применением навыков выполнения алгоритмических предписаний (задание 1) и использования рассуждений для построения требуемого примера (задание 2).

Первое задание относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности, т.к. представлена конкретная, четко заданная ситуация, в задании два источника информации (вставку в рамке, содержащую информацию нормативного характера с алгоритмом подсчета, можно считать отдельным источником), информация двух видов – текстовая и числовая, часть из которой представлена в таблице. Для ответа на вопрос надо следовать четко

описанному алгоритму, взяв конкретную информацию из таблицы и из текста вне таблицы, и записать решение, отражающее выполнение этих шагов алгоритма.

Второе задание относится к заданиям **повышенного уровня** математической грамотности, т.к. ученику необходимо самостоятельно сконструировать пример, построенный на отрицании описанной ситуации (привести пример, при каких доходах семья НЕ будет иметь право на льготу). При этом требуется продемонстрировать четкое понимание ограничений ситуации, сохранить ее реалистичность, проявить числовую интуицию.

Комплексное задание «Пропорции лица» (2 задания).

Комплексное задание «Пропорции лица» формулируется вне предметной математической области, оно описывает реальную ситуацию, типичную для людей, которым необходимо приобрести очки для зрения.

При выполнении двух заданий учащимся нужно уметь:

- выбирать необходимую информацию из текста и применять ее в заданной ситуации;
- распознавать фигуры, обладающие осевой симметрией;
- находить высоту в равностороннем треугольнике, зная длины его сторон;
- оценивать полученный результат.

Вводный текст к заданиям включает информацию двух видов: *текстовую* и *графическую*.

Текстовая часть необходима для понимания понятия, которое важно для рассматриваемой ситуации (знать особенности симметричных пропорций лица). Графическая часть содержит информацию для выполнения двух заданий.

В задании 1 от ученика требуется вычислить длину межзрачкового расстояния, полученную в результате сложения двух одинаковых значений ширины человеческого глаза.

В задании 2 необходимо вычислить расстояние от линии глаз до точки середины края нижней губы (нахождение высоты равностороннего треугольника). Для этого учащемуся нужно применить теорему Пифагора (нахождение длины катета в прямоугольном треугольнике), а также использовать метод оценки при извлечении квадратного корня из числа.

Анализ неверных ответов учащихся показывает, что:

- они плохо распознают фигуры, обладающие осевой симметрией;
- большинство восьмиклассников забывают перевести расстояние из одной единицы измерения в другую (из сантиметров в миллиметры);
- очень многие допускают ошибки при вычислении высоты в равностороннем треугольнике;
- не все видят необходимость применения теоремы Пифагора при нахождении длины катета в прямоугольном треугольнике;
- плохо используют метод оценки при извлечении квадратного корня из числа.

Задание 1 выявляет учащихся, математическая грамотность которых отвечает **низкому уровню**: эти школьники могут работать с элементарными ситуациями («считывать» информацию из текста и рисунков), применять простые модели и стандартные методы решения (применять понятие осевой симметрии для решения математически сформулированной проблемы – вычисление межзрачкового расстояния), делать прямые выводы (идеальное расстояние между внутренними углами глаз равно одной ширине глаза).

Задание 2 соответствует подготовке учащихся с **повышенным уровнем** математической грамотности: учащемуся задана комплексная конкретная

ситуация (вычислить расстояние от линии глаз до точки середины края нижней губы). При выполнении задания ученик должен:

- выполнить работу с четко определенной готовой моделью (равносторонний треугольник, полученный при соединении точек внешних углов глаз и точки середины края нижней губы человека);
- выбрать информацию из различных источников (вводная часть, рисунки, заданные критерии по расположению глаз и губ на эскизе лица в условии задания), связать между собой информацию, представленную в нескольких различных формах;
- выполнить ряд действий: вычислить длину стороны равностороннего треугольника – это расстояние между внешними углами глаз (10,5 см); найти середину стороны этого треугольника – определить, чему равно расстояние от внешнего угла глаза до середины линии, соединяющей точки внешних углов глаз (5,25 см); вычислить высоту равностороннего треугольника как длину катета прямоугольного треугольника – вычислить расстояние от линии глаз до точки середины края нижней губы:

$$(\sqrt{10,5^2 - 5,25^2} = \sqrt{5,25 \cdot 15,75} = \sqrt{82,6875});$$

- оценить различные соответствующие заданной модели стратегии решения (использовать метод оценки при извлечении квадратного корня из числа 82,6875 или его округленных значений, например, 83 или 82,7).

Для выполнения данного задания учащийся должен обладать способностью формулировать свои выводы, опираясь на выполненные действия (выбрать подходящий числовой промежуток, в котором находится значение вычисленного расстояния $\sqrt{82,6875}$, то есть $9 < \sqrt{82,6875} < 10$).

Работа с данной ситуацией может быть продолжена: учащиеся, которые знают свое межзрачковое расстояние, могут провести вычисления для этого значения и проверить, насколько пропорции их лица отвечают классическим.

Комплексное задание «Кресельные подъемники» (2 задания).

Комплексное задание «Кресельные подъемники» описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть при использовании различных типов горнолыжных подъемников, предназначенных для подъема горнолыжников и сноубордистов вверх по склону горы к месту начала спуска.

Вводный текст к заданиям состоит из двух частей: текстовой и табличной.

Текстовая часть необходима для понимания основной темы и понятий, которые важны для данной ситуации (знать назначение и описание двух типов кресельных подъемников). Таблица содержит информацию для выполнения двух заданий: для успешного выполнения заданий учащимся необходимо уметь читать и интерпретировать данные, представленные в таблице.

В задании 1 два вопроса. Сначала ученику требуется определить, во сколько раз скорость спуска ребят больше скорости подъемника (она зависит от типа подъемника), а затем определить наибольшее число раз, когда ребята смогут воспользоваться подъемником в заданном промежутке времени. Для ответа на данные вопросы необходимо использовать табличные данные (время подъема до места начала спуска соответствующего подъемника) и данные из условия задания (время спуска ребят с горы).

В задании 2 требуется определить, верным или неверным является каждое из представленных утверждений.

Задание 1 относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности, т.к. учащимся предлагается ситуация на прямые вычисления:

- 1) в одно действие: деление времени подъема 4-местного кресельного подъемника до места начала спуска на время спуска ребят на лыжах с горы;
- 2) в три действия:
 - определение количества часов катания ребят (3 ч), учитывая заданные в условии временные рамки;
 - перевод из одних единиц измерения в другие (3 ч = 180 мин);

- деление найденного общего времени катания ребят на общее время подъема и спуска.

При вычислениях выполняются действия с целыми числами.

Задание 2 сложнее первого, оно соответствует подготовке учащихся с **высоким уровнем** математической грамотности. Здесь учащимся необходимо:

- воспользоваться информацией, полученной на основе анализа схемы движения кресельного подъемника;
- связать информацию из нескольких источников, представленную в различной форме (текстовые данные, структурированные данные в виде таблицы, схема движения кресельного подъемника), преобразовать ее.

Для выполнения данного задания учащимся необходимо разработать стратегию решения проблемы, что возможно только на основе хорошо сформированного математического мышления и умения проводить рассуждения, понять закономерность и дать интерпретацию предложенных утверждений.

Работа с ситуацией может быть продолжена учащимися и проведена с заменой следующих данных:

- длины имеющейся трассы;
- времени подъема до места начала спуска подъемника;
- графика работы подъемника;
- вместимости одного кресла подъемника;
- времени спуска ребят с горы на лыжах;
- количества кресел подъемника.

Также можно предложить учащимся построить график движения ребят, например, в течение получаса.

Можно добавить новые вопросы и ситуации, например, при которых Анна и Сергей катаются порознь. Например, когда внизу Сергей сел

в кресло № 1, наверху Анна вышла из кресла № 11. В тот момент, когда кресло Сергея поравнялось с креслом Анны, он заметил, что она оставила свою перчатку. Что произошло раньше: Сергей увидел забытую перчатку или Анна спустилась вниз? К составлению вопросов полезно привлечь учащихся.

Комплексное задание «Как быстро растёт факториал?» (2 задания).

Комплексное задание относится к научному контексту и имеет научный познавательный интерес. С математической точки зрения в задании рассматривается пример нелинейного роста. В этом смысле задание соответствует одному из новых направлений в исследовании PISA-2021: явления роста. Кроме того, оно полезно и интересно тем, что здесь связываются понятия, которые рассматриваются в разных разделах курса математики: в комбинаторике и в алгебре.

При выполнении задания можно воспользоваться калькулятором или реализовать его выполнение с использованием электронной таблицы. Основа выполнения задания – верное заполнение таблицы, работа с которой и послужит ответу на поставленные вопросы. Здесь проверяются простейшие исследовательские навыки: умение создать базу для анализа, подметить закономерность, провести сравнение и интерпретацию результата, в том числе, выразив его в реальных величинах.

Особенность задания – работа с большими числами, что требует аккуратности и чувства числа.

Первое задание относится к **среднему уровню** математической грамотности, т.к. с одной стороны, каждое выполняемое действие является стандартной операцией с натуральными числами и относится к базовым умениям, вся работа сосредоточена в таблице, с другой стороны, имеется достаточно высокая степень формализации (формальные записи, сравнение двух нелинейных зависимостей: n^2 и $n!$).

Второе задание относится также к **среднему уровню** математической грамотности, поскольку требуется перевод единиц времени и выполнение арифметических действий с большими числами.

**Комплексное задание «Первая линия московского метро»
(2 задания).**

Комплексное задание «Первая линия московского метро» можно отнести к информационно-познавательным, оно имеет историческую направленность, в нем представлены технические характеристики станций Сокольнической линии московского метрополитена. Кроме того, используя информацию о глубине заложения станций, можно ориентировочно рассчитать время передвижения по эскалаторам.

Задание формулируется вне предметной математической области. В задании есть текстовая часть – фабульная, вводящая в ситуацию, необходимая для понимания основной темы и понятий, которые важны для данной ситуации (эта информация при выполнении заданий непосредственно не используются), и табличная часть, содержащая информацию, которая и потребуется для выполнения двух заданий.

Оба вопроса относятся к одной области содержания – *неопределенность и данные* (раздел содержания курса математики – описательная статистика), к одному контексту – *общественная жизнь* (объект – один из видов городского транспорта), к одному виду когнитивной деятельности – *применять* (математические понятия и навыки из раздела, связанного с описательной статистикой – находить средние характеристики и строить диаграмму).

В первом задании учащимся необходимо использовать данные, представленные в таблице, для подсчета статистических характеристик этого набора: среднего арифметического, медианы и моды. При этом необходимо выполнить стандартные процедуры: применить правила вычисления среднего

арифметического и нахождения медианы набора данных; выполнить вычисления с рациональными числами; упорядочить числовые данные и сравнить число повторений.

Во втором задании необходимо выбрать информацию о четырех станциях из таблицы и построить точки по заданным координатам (номер станции и глубина ее заложения). В случае использования компьютера это осуществляется с помощью перемещения точки на экране с помощью мыши.

Первое задание относится к **низкому уровню** математической грамотности, т.к. учащимся предлагается задание на прямое применение стандартных методов на основе информации из единственного источника, представленной в единственной форме. При вычислениях выполняются действия с рациональными числами.

Второе задание относится к **недостаточному уровню** математической грамотности, т.к. в этом задании четко определена ситуация, в которой, следуя прямым указаниям, требуется выполнить простейшую стандартную процедуру построения точечной диаграммы. В условии имеются целые числа, но вычисления выполнять не требуется.

Комплексное задание «Уход за лошадьми» (2 задания).

Текстовая часть комплексного задания состоит из двух фрагментов, содержащих избыточный объем информации, а также информацию справочного характера о переводе величин. Для выполнения заданий требуется отобрать необходимую информацию, что зависит и от выбранного учащимся пути решения.

В первом задании есть два пути решения: 1) взять годовой запас овса и разделить на 365 дней в году и 3 приема пищи за один день; 2) взять норму одного приема пищи лошади и умножить на долю овса в рационе лошади, которую можно вычислить, используя состав годовой нормы. В любом случае

необходимо выполнять действия сначала с натуральными числами, результат будет выражаться десятичной дробью. При выборе любого из путей решения необходимо переводить центнеры в килограммы и округлять до заданного разряда (до десятых). Вид деятельности – применять.

Второе задание схоже по выполняемым действиям, но путь решения менее очевиден, задачу надо сформулировать, начав решение с вычисления суммы норм, приходящихся на группу лошадей. Информация, необходимая для ответа на вопрос, содержится и во вводной части комплексного задания, и в тексте второго задания. Особенность задания заключается также в необходимости округлять результат по смыслу ситуации – в большую сторону.

Исходя из этих особенностей первое задание отнесено к **низкому уровню** математической грамотности, второе задание – к **высокому уровню**.

Комплексное задание «Доставка обеда» (2 задания)

Комплексное задание «Доставка обеда» описывает реальную жизненную ситуацию, которая хорошо знакома ученику и понятна ему. В задании есть текстовая часть, вводящая в ситуацию, необходимая для понимания условий, которые важны для данной ситуации, и табличная часть, содержащая информацию, которая также потребуется для выполнения двух заданий.

Оба задания ситуации относятся к одной области содержания – *неопределенность и данные*, к одному контексту – *личная жизнь*, но к разным видам когнитивной деятельности – *формулировать* (задание 1) и *рассуждать* (задание 2).

Успешность выполнения этих двух заданий зависит от умения осуществлять реальные расчеты с извлечением данных из таблицы и текста, проводить вычисления с целыми числами (задание 1), использовать способ перебора вариантов с применением данных таблицы (задание 2).

Однако успешное выполнение данного комплексного задания существенно зависит не только от предметных знаний учащихся, но и от владения смысловым чтением, от умения удерживать все условия, необходимые для решения задачи, контролировать и соблюдать ограничения и интерпретировать полученный результат, работать с информацией, представленной в таблице.

Кроме того, успешность зависит и от сформированности познавательных универсальных учебных действий логического и алгоритмического характера и общих приемов решения задач.

Когнитивная деятельность характеризуется умением распознавать и определять возможности использования математики, принимать существующую ситуацию и преобразовывать ее в форму, которая может быть обработана математически, а также строить математическую модель, отображающую особенности описываемой ситуации (задание 1) и применением навыков использования рассуждений для построения требуемого примера (задание 2).

Задание 1 относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности, т.к. представлена конкретная, четко заданная ситуация, в задании два источника информации – текст и таблица, информация двух видов – текстовая и числовая, часть из которой представлена в таблице. Задание содержит проблемную ситуацию: определить наименьшую сумму денег, которую необходимо заплатить за заказ из трех блюд с учетом доставки. Очевидно, что для ответа на вопрос ученик должен провести анализ данных таблицы и условий из текста вне таблицы, построить математическую модель, соответствующую описываемой ситуации. Также ученики должны свободно владеть изученными математическими понятиями (наименьшее значение), понимать, при каком условии сумма будет наименьшей.

Задание 2 относится к заданиям **повышенного уровня** математической грамотности. При всей конкретности ситуации и прочих равных с заданием 1

условий, ученику необходимо воспользоваться способом перебора возможных вариантов с использованием данных таблицы и учетом условий из текстовой части задания (от 990 рублей – доставка бесплатно; Иван хочет заказать себе обед, состоящий из горячего блюда, салата и десерта).

Комплексное задание «Кулинарный колледж» (2 задания)

В условии комплексного задания «Кулинарный колледж» предложен сюжет из реальной жизни: изучение технологии приготовления пшенной каши в кулинарном колледже.

Для выполнения двух заданий учащимся необходимо уметь работать с отношениями пропорциональных величин, находить процент от числа и выполнять реальные расчеты с рациональными числами.

Процент – математическое понятие, которое часто встречается в повседневной жизни. Прикладное значение данной темы велико, т.к. затрагивает научную, экологическую, финансовую, демографическую, социологическую и другие стороны жизни в современном мире, поэтому понимание процентов и умение выполнять процентные вычисления необходимо каждому человеку в практической деятельности.

В задании 1 от ученика требуется определить количество порций готового блюда, которое можно приготовить из указанного количества продукта, используя заданные в условии задания отношения пропорциональных величин. Для получения ответа на вопрос ученику необходимо выполнить арифметические действия: умножение и деление целых чисел.

В задании 2, зная процентное соотношение компонентов в 1 кг готовой каши, требуется вычислить количество воды и молока в литрах, необходимое для приготовления заданного количества готовой каши. Для выполнения задания ученику нужно выполнить процентные расчеты.

Задание 1 относится к заданиям **низкого уровня**, поскольку в имеющейся ситуации все основные факторы представлены простейшими действиями:

- задана масса готовой каши, которое приходится на 1 порцию,
- задана масса готового блюда, получающегося из 1 кг крупы.

Чтобы определить количество порций каши, которое можно приготовить из предложенных компонентов, необходимо выполнить два арифметических действия:

- умножение двух целых чисел для вычисления количества готовой каши, которое получается из заданного количества пшена,
- деление целых чисел (один из способов решения задач при помощи пропорции).

Задание 2 также относится к заданиям **низкого уровня** математической грамотности, т.к. учащимся необходимо:

- извлечь информацию из единственного источника (условия задания) и использовать информацию, представленную в единственной форме (текст);
- выполнить действия умножения с рациональными числами, используя изученное правило нахождения процента от числа.

Работа с ситуацией может быть продолжена учащимися и проведена с заменых различных параметров:

- масса порции готового блюда;
- количества необходимой жидкости на 1 кг готовой каши;
- соотношения количества воды и молока;
- крупы или названия приготавливаемого блюда, описав его технологию приготовления аналогичным способом.