

**КОММЕНТАРИИ**

к открытому банку заданий  
для формирования функциональной грамотности

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ**

**7 класс**

**ЧАСТЬ 3**

### Комплексное задание «Шкалы температур» (2 задания).

Комплексное задание «Шкалы температур» формулируется вне предметной математической области, оно является информационно-познавательным и описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть у человека, находящегося в другой стране, или при общении с гражданами других стран и анализе информации, связанной с температурой.

При выполнении заданий учащимся необходимо выполнить пересчёт температурных значений из одной шкалы в другую с использованием табличной информации, где представлены формулы перевода значений температуры из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия и наоборот.

Вводный текст к заданиям, преамбула, состоит из двух частей: текстовой и табличной. Текстовая часть необходима для понимания основной темы и понятий, которые важны для рассматриваемой ситуации (необходимость использования определенных шкал для измерения температуры воздуха и тела человека в двух различных странах). Табличная часть содержит информацию для выполнения двух заданий.

В задании 1 от ученика требуется выбрать одну из формул, представленных в таблице, применить стандартные процедуры - подстановку заданного значения в формулу и вычисления (умножение десятичного числа на 10 и сложение двух натуральных чисел в пределах 100).

В задании 2 требуется определить по формуле температуру тела в градусах Цельсия и оценить её, интерпретировать в соответствии с информацией, представленной в таблице.

Задание 1 относится к заданиям **низкого уровня** математической грамотности, т.к. учащимся предлагается ситуация на прямые вычисления по формуле на основе информации из единственного источника, представленной в единственной форме. При вычислениях выполняются действия с рациональными числами. Здесь представлена чётко заданная знакомая ситуация, связанная с определением температуры тела человека.

Задание 2 сложнее: оно содержит несколько источников (информация о плохом самочувствии учащегося с указанием значения температуры его тела в градусах Фаренгейта – один источник, таблица с оценкой температуры – второй источник), текстовую и цифровую информацию, часть из которой представлена в таблице. Для ответа на вопрос, после получения результата вычисления по формуле, надо сначала округлить его до традиционно принятого в жизни разряда (до  $37,8^{\circ}\text{C}$ ), а затем дать ему элементарную интерпретацию. Для этого следует в первом столбе таблицы найти соответствующий этому значению интервал (от 37,1 до 39), выполнив сравнение чисел ( $37,1 < 37,8 < 39$ ), и считать информацию из второго столбца в этой строке.

Данное задание относится к **среднему уровню** математической грамотности, так как для его выполнения от учащегося требуется совершить несколько действий и операций: подстановка числового значения в формулу, вычисления, округление результата, выбор разряда, изучение таблицы, сравнение с интервалами из таблицы и выбор подходящего.

Работа с ситуацией может быть продолжена учащимися и проведена для других значений температуры. Она может быть организована в виде небольшого исследования или проекта (изучение свойств зависимостей, соответствия нулей на шкалах - температуры замерзания и кипения воды), эта работа может быть увязана с курсом физики.

### **Комплексное задание «Ремонт комнаты» (2 задания).**

Комплексное задание «Ремонт комнаты» описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть в семье, делающей ремонт в квартире.

Задание формулируется вне предметной математической области в том смысле, что ученику не сказано, какие математические действия или операции требуется выполнить. Вместе с тем, включение в условие плана комнаты

помогает учащимся «увидеть» знакомые геометрические фигуры (окружность, круг, квадрат).

Когнитивная деятельность в двух заданиях различна. Вид деятельности в задании 1 – *формулировать*, т.к. ученик должен сам найти подход к определению наименьшего количества метров ковровина, то есть извлечь из текста и рисунка с планом комнаты всю необходимую для этого информацию. В частности, в тексте не сказано, что исходная форма комнаты – квадрат, это следует из приведенных размеров.

В задании 2 ученик должен *применить* математические понятия (окружность, радиус окружности, круг, квадрат), факты (свойство аддитивности площади) и процедуры (вычисление площади круга и площади квадрата), использовать навыки извлечения информации из рисунка (распознавание геометрических фигур и определение их размеров), использовать необходимые формулы для вычисления площади, получившейся в результате скругления (из площади квадрата со стороной 2 метра необходимо вычесть четверть площади круга с радиусом 2 метра). В преамбуле задания для справок учащимся даны формулы для вычисления длины окружности и площади круга, так как важно проверить не знание формулы, а умение выбрать и применить выбранную формулу для решения проблемы.

Все действия ученик должен выполнить на основе тех знаний и того опыта, который он получил на уроках математики: составлять фигуры из заданных элементов с учётом их линейных размеров, вычислять площадь фигуры сложной формы, используя свойства аддитивности площади.

Задание 1 относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности, т.к. здесь представлена конкретная ситуация, содержащая текстовую и цифровую информацию в нескольких источниках: план комнаты с замерах – один источник, информация о способе укладки ковровина – второй источник, информация о параметрах рулона – третий источник. Для

ответа на поставленный вопрос необходимо определить ширину комнаты; сопоставить ширину рулона с шириной комнаты, ответив на вопрос «Сколько раз 2 метра уместится в 6 метрах?»; определить длину комнаты с учётом прямого четвертого угла.

Задание 2 соответствует подготовке учащихся с **повышенным уровнем** математической грамотности: учащемуся предложен план комнаты в виде фигуры сложной формы, для которой у него нет готовой формулы, он должен использовать такое свойство площади как аддитивность. Кроме того, он должен уметь описывать решения, в некоторых случаях с использованием формального языка (используя общепринятые обозначения различных величин – радиуса окружности, площади фигур, стороны квадрата), а также уметь излагать объяснения в письменной форме. Для ответа на вопрос задания, учащемуся необходимо применить формулу для вычисления площади квадрата и формулу для вычисления площади круга.

Работа с данной ситуацией может быть продолжена и проведена с заменой размеров комнаты и ширины ковролина, что может усложнить вычисления, привести к появлению обрезков не только в скруглённом угле, но и по длине комнаты, к необходимости поиска более рациональной укладки и др.

### **Комплексное задание «Частота пульса при физической нагрузке» (2 задания).**

В условии комплексного задания «Частота пульса при физической нагрузке» описана весьма распространённая эмпирическая формула для определения максимально допустимого пульса по значению возраста человека. Это формула Хаскеля-Фокса, в которой учитывается лишь возраст человека, она активно используется благодаря простоте и удобству. Этой точности вполне достаточно, чтобы контролировать пульс в пределах допустимого, а при необходимости вовремя сократить нагрузку, то есть до

того, как возникнут заболевания. Ввиду этого задание является информационно-познавательным и может способствовать проявлению интереса у учащихся к медицинской профессии, спорту, а также желания вести здоровый образ жизни.

Когнитивная деятельность в двух заданиях различна. Вид деятельности в задании 1 – *формулировать*: при выполнении задания учащимся необходимо по его условию составить формулу расчёта максимального пульса для того, чтобы была возможность не только читать словестную запись описанного алгоритма действий, а наглядно представить его в виде формулы. Здесь учащийся математически описывает зависимость в буквенном виде, т.е. переходит на следующий уровень формализации знаний.

В задании 2 перед учеником стоит проблема выяснить и сообщить бабушке норму её пульса при ходьбе, исходя из имеющихся параметров, указанных в условии задания. Для выполнения данного задания ученик должен *применить* такое математическое понятие как процент и выполнить следующие процедуры: подстановка числового значения в составленную формулу, вычисление (разность двух целых чисел) и нахождение процента от числа.

Задание 1 относится к заданиям **недостаточного уровня** математической грамотности, т.к. учащиеся должны ответить на явно сформулированный вопрос при условии наличия всей необходимой для этого информации с имеющимися обозначениями величин и словестно заданной формулой максимального пульса.

Задание 2 относится к **среднему уровню** математической грамотности, т.к. требует владения процентами и работы с числовым интервалом, а информацию следует брать как из преамбулы, так и из текста самого задания.

Работа с ситуацией может быть продолжена учащимися и проведена с заменой некоторых параметров:

- возраста человека, для которого требуется узнать норму пульса при ходьбе,
- вида физической нагрузки и требуемых при ней процентов нормы пульса от максимального значения, формулы Хаскеля-Фокса другими формулами расчета максимального пульса, в которых, например, дополнительно задействуется еще и вес человека.

### **Комплексное задание «Московский метрополитен» (2 задания).**

Комплексное задание «Московский метрополитен» приведено вне предметной математической области:

- задание 1 ставит перед учащимися проблему из сферы рекламы выгодного приобретения билетов в метро;
- задание 2 описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть при покупке билетов человеком, постоянно пользующимся общественным транспортом.

Вводный текст к заданиям, преамбула, состоит из трёх частей: графической (не несущей смысловой нагрузки), текстовой и табличной, которая и содержит основную информацию для выполнения двух заданий.

Задание 1 относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности: учащемуся необходимо работать с конкретной ситуацией (экономия на покупке билетов на большее количество поездок, заданы все необходимые данные), проявить способность выполнять процедуры в несколько шагов (реальные расчеты с извлечением данных из таблицы), записать решение, содержащее прямые рассуждения. Для выполнения данного задания от учащегося требуется совершить три операции: выбрать из таблицы необходимые данные, применить стандартные процедуры - вычисления с рациональными числами (умножение количества одноразовых билетов на их стоимость, разность полученного результата и стоимости билета на 40 поездок). Однако это при условии, что ученик понимает источник экономии –

меньшая стоимость одной поездки при увеличении числа поездок в одном билете. Если он этого не знает, то ситуация в определенном случае становится для него проблемной. Но даже в этом случае он должен понимать, что надо сравнить две стоимости и может рассуждать так: если купить билет на 40 поездок, то затратишь 1494 рубля, если покупать одноразовые билеты, то за те же 40 поездок затратишь  $40 \cdot 55 = 2200$  рублей, т.е. больше, чем в первом случае; значит, покупка билета сразу на 40 поездок позволяет сэкономить, разница очевидна:  $2200 - 1494 = 706$  рублей.

Задание 2 относится к заданиям **высокого уровня** математической грамотности, т.к. в нем представлена проблемная ситуация: надо определить наименьшее число совершенных поездок, при которых покупка билета на 40 поездок является оправданной. Прежде всего, ученик должен понять, что фактическая стоимость одной поездки при покупке такого билета будет зависеть от числа совершенных поездок: если совершить все 40 поездок, то каждая поездка будет стоить  $1494 : 40 = 37,35$  (руб.), если 39 поездок, то  $1494 : 39 = 38,31$  (руб.), если 38 поездок, то  $1494 : 38 = 39,32$  (руб.) и т.д., т.е. стоимость возрастает. Если сделать всего одну поездку, то она будет стоить 1494 рубля. Понятно, что в какой-то момент стоимость поездки по этому билету может возрасти до стоимости одноразового билета, т.е. до 55 рублей, в этом случае экономия станет равна нулю. Как найти это число поездок?  $1494 : 55 = 27,1$  (или сначала составив уравнение:  $1494 : x = 55$ ). Но число поездок должно быть целым числом. Поэтому еще одна трудность этого задания – округление по смыслу, здесь надо определить, в какую сторону округлять: с избытком или с недостатком. Снова можно просто подсчитать, что 27 поездок по 55 рублей каждая будут стоить  $27 \cdot 55 = 1485 < 1494$ , значит, никакой экономии уже нет, а вот 28 поездок -  $28 \cdot 55 = 1540 > 1494$ , и есть небольшая экономия.

Таким образом, учащимся требуется выбрать и интегрировать информацию из различных источников (таблица из вводной части и сведения,

приведенные в самом задании), связать между собой информацию, представленную в текстовой и табличной формах, выполнить вычисления с рациональными числами (деление стоимости билета на 40 поездок на стоимость билета на одну поездку), выбрать подходящий по смыслу ситуации результат.

В задании 2 не требуется предоставлять запись решения, т.к. здесь всего одно действие и из результата понятно, что ученик рассуждал верно. Единственная очевидная ошибка, которая может быть допущена, – это округление по правилам, а не по смыслу, в этом случае выполнение оценивается одним баллом.

Работа с ситуацией может быть продолжена учащимися и проведена:

- с заменой стоимости билетов,
- с дополнением таблицы информацией о билетах на другое число поездок и указанием их стоимости и пр.

Полезно также изучить, как стоимость одной поездки изменяется с ростом числа поездок в билете. Эту работу можно организовать в паре, а для вычислений использовать калькулятор.

### **Комплексное задание «Акции и скидки» (2 задания).**

Это комплексное задание почти не содержит вводного текста, в преамбуле ученику дается отсылка к вполне знакомой ему ситуации различных скидок и акций, проводимых магазинами. В каждом из двух заданий рассматривается один из видов скидок, предоставляемых покупателю, выполняющему определенные условия: в задании 1 этим условием является приобщение к покупке новых покупателей, в задании 2 – покупка второго товара.

Задание 1 относится к заданиям **низкого уровня**, поскольку имеет место конкретная знакомая ситуация. Все основные факторы представлены простейшими действиями: задана величина скидки за каждого друга и общая

скидка, надо определить число друзей (деление целых чисел), а также записать выражение для определения величины скидки при заданных буквенных значениях переменных (произведение двух переменных). Тем самым ученику предлагается представить математическую модель данной ситуации. Определенное усложнение представляет собой лишь то, что хотя речь идет о процентах, при этом вычислять сами проценты не требуется (в этом есть некоторая необычность ситуации).

В этом задании есть своя картинка, которая также может быть полезна ученику, поскольку на ней информация, представленная в тексте в развернутом виде (за каждого друга – скидка 5%, то есть 5 % за одного друга, 10 % за двух, 15 % за трёх и так далее), что помогает четко понять правило, повторяется в свернутом виде (за каждого друга скидка 5%), что помогает перейти к действию, которое дает ответ на вопрос.

Обсуждая задание, полезно поговорить о том, есть ли при такой системе скидок ограничения на количество приводимых друзей. Например: какой будет скидка, если Лиза приведет 10 подруг? Что следует оговорить продавцу, чтобы не попасть в нежелательную для него ситуацию?

Задание 2 относится к заданиям **среднего уровня**, поскольку от учащихся требуется выполнить действия с десятичными дробями, вычислять проценты, сравнивать числа. С точки зрения чтения описания ситуации, важно понять, какая стоимость в чеке будет стоять первой, а какая – второй. Как и в задании 1, это конкретная ситуация, простая модель, имеющая чётко заданные ограничения. Запись решения вполне стандартна. При этом основным видом когнитивной деятельности в этом задании является не применение знакомых стандартных процедур, а *интерпретация*, сравнение полученного результата с заданным ограничением.

Продолжая работу над данным заданием, можно предложить учащимся самостоятельно составить аналогичное задание, задав и исходные данные и

ограничения. Кроме того, возможно и усложнить ситуацию, добавив условия на третий товар или даже четвертый.

**Комплексное задание «Конструкция строительной фермы»  
(2 задания).**

В вводной части комплексного задания содержится описание того, что представляет собой строительная ферма, дается графическое изображение (фото), позволяющее визуализировать данный объект, найти ему аналог в своей памяти, а также дается геометрический чертеж, представляющий собой модель строительной фермы, изображенной на фото, и переводящий ситуацию в поле геометрии.

Для успешного выполнения заданий 1 и 2 требуется, работая с заданной моделью, *применить* для определения входящих в нее элементов (угловых и линейных, соответственно) ряд известных из курса геометрии процедур (распознавание смежных углов и треугольников – равностороннего, прямоугольного, равнобедренного) и фактов. Если иметь в виду использование комплексного задания в 7-м классе, то этими фактами будут свойство смежных углов, сумма углов треугольника, углы равностороннего треугольника, свойство углов при основании равнобедренного треугольника, прямоугольного треугольника с углом в  $30^{\circ}$ , если использовать задание в 9-м классе, то добавится подобие треугольников.

Задание 1 более простое и не требует оформленного решения, поэтому оно отнесено к **среднему уровню**. В задании 2 более высокий предметный уровень, а соответственно, и уровень математизации рассматриваемой ситуации, так как самый рациональный путь решения связан с заменой изображенной геометрической модели на более простую – прямоугольный треугольник  $ABC$  с известным катетом, лежащим против угла в  $30^{\circ}$ . Задание 2 отнесено к **повышенному уровню**.

Комплексное задание, как уже отмечено выше, может быть предложено учащимся повторно в 9-м классе, чтобы они могли использовать более широкий спектр методов, в частности, подобие.

### Комплексное задание «Экскурсия по заповеднику» (2 задания).

Данное комплексное задание в преамбуле содержит: вербальное описание ситуации туристической экскурсии по природно-этнографическому заповеднику (место начала маршрута и место его окончания, события на маршруте - посещение этнографической деревни, пешие переходы и на велосипедах, переправа через горную реку); график движения туристов по маршруту; дополнительную информацию о скоростях передвижения пешеходов и велосипедистов по пересеченной местности. Моделью ситуации является кусочно-заданный линейный график.

В задании 1 необходимо *применить* навыки чтения графика зависимости расстояния, на котором туристы находятся от базы, по маршруту от времени, чтобы выбрать из приведенных утверждений все верные.

Одни утверждения требуют прямого считывания информации с графика: расстояние от базы в заданное время, время окончания маршрута и пр., другие – преобразования и интерпретации данных, которые можно «снять» с графика, применения стандартных процедур: определение общей длины маршрута, скорости движения на участках, суммарного времени всех перемещений по маршруту и пр. Именно в силу последнего задание отнесено к **среднему уровню**.

В задании 2 необходимо сопоставить и *интерпретировать* информацию, представленную на графике и на фотографиях, пользуясь понятием скорости движения. Нужно понимать, как отражается на графике информация о том, что скорость туристов равнялась нулю, что туристы шли пешком или ехали на велосипедах. Ситуация является конкретной, но это более высокий уровень формализации и математизации представления ситуации, поэтому задание 2 отнесено к **повышенному уровню**.

### **Комплексное задание «Предпраздничная распродажа» (2 задания).**

Это еще одно комплексное задание, связанное с различными схемами скидок, которые применяются магазинами на распродажах, и оно может быть использовано как продолжение комплексного задания «Акции и скидки».

В задании 1 представлена проблемная ситуация: надо определить, в каком из двух магазинов условия конкретной покупки являются для покупателя более выгодными. Для этого необходимо внимательно вчитаться в условие и просчитать два альтернативных варианта, предлагаемых магазинами. Выполняя вычисления, необходимо применить хорошее владение процентами. Требуется запись решения. Задание 1 отнесено к **повышенному уровню**.

Задание 2 отнесено к **высокому уровню**. В нем даны утверждения, которые для определения, являются ли они верными, требуют различных способов рассуждения, переформулирования заданных условий, выполнения вычислений и высокого уровня интерпретации и оценки в рамках представленной модели. Утверждение 1 требует сравнения двух вариантов покупки – с шарфом (27900 руб.) и без шарфа (26600 руб.), которые различаются величиной скидки. Утверждение 2 «Покупка шарфа обошлась покупателю в 2,85 тыс. р.» требует понять, что означает в данном случае «покупка обошлась в ...», ведь стоимость шарфа – 3000 рублей. То есть, что шарф, как и костюм, куплен со скидкой 10%. Процент от суммы равен сумме процентов от каждого слагаемого, и наоборот. Полезно обсудить и обосновать, в том числе алгебраически, этот факт, имеющий часто применимое прикладное значение, отдельно. Утверждение 3 - оценочного характера, что и используется продавцами: примерно за одну и ту же сумму денег (На сколько больше заплатил покупатель в данном случае? На 1300 рублей) покупатель приобретает не один товар, как планировал, а два или более. В этом смысле (относительно первоначального плана покупки) можно считать, что шарф был куплен за 1300 рублей.